



Estructuras lingüísticas, ejemplificaciones y morfismos

MARCO A. PÉREZ - IMATE
(junto con DAVID I. SPIVAK - MIT)

Noviembre 30, 2015

Introducción y motivación

- Problema general:

Comunicación de un fenómeno o de un experimento.

Suele hacerse por medio de artículos de investigación y/o libros (prosa).

- Pregunta:

¿Qué otras formas distintas a la prosa existen para representar el conocimiento?

- Idea:

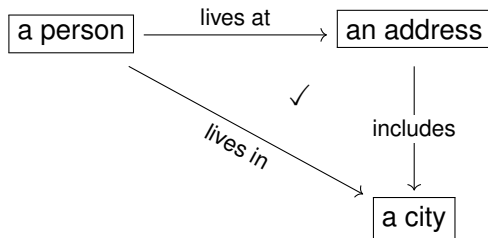
Considerar las oraciones del idioma inglés como morfismos.

- ◆ [2012] Registros ontológicos: categorías y funtores.
(D. I. Spivak, R. Kent). *Ologs: A categorical framework for knowledge representation*.
- ◆ [2015] Formalización de registros ontológicos: bicategorías, funtores laxos y transformaciones laxas.
(-, D. I. Spivak). *Toward formalizing ologs: linguistic structures, instantiations, and mappings*.

Registros ontológicos: à la Kent-Spivak

Definición (informal)

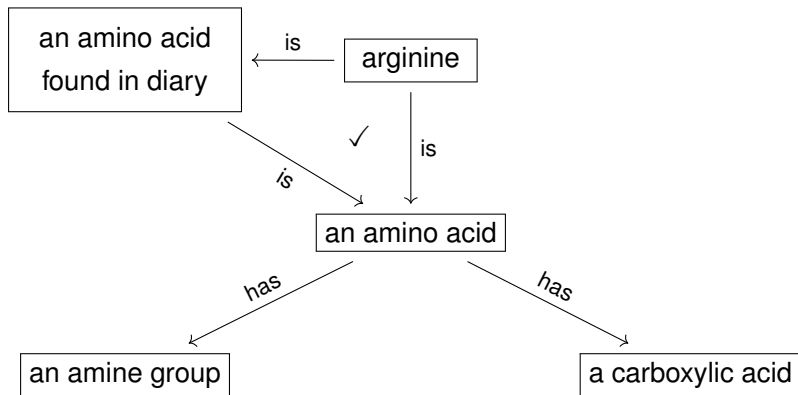
Un **registro ontológico** (también llamado **olog**, de “*ontology log*”) es una categoría que modela una situación dada del mundo real.



Registros ontológicos: ventajas

- Dan una formulación precisa de una situación conceptual.

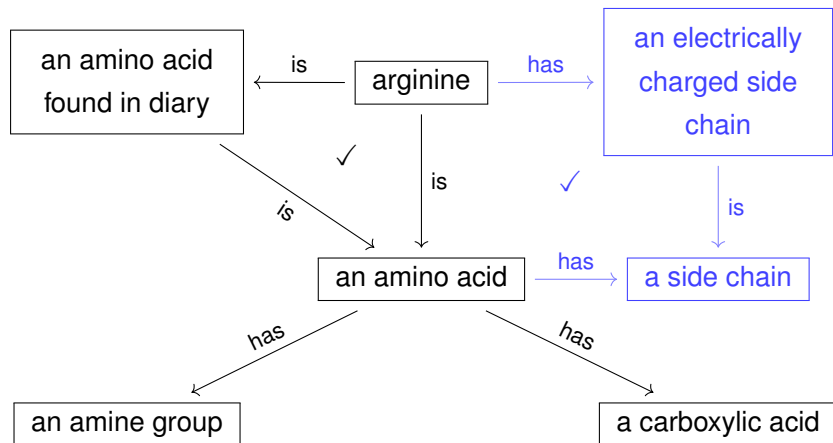
Registros ontológicos: ventajas



Registros ontológicos: ventajas

- Dan una formulación precisa de una situación conceptual.
- De puede extender a medida que se obtiene nueva información.

Registros ontológicos: ventajas



Registros ontológicos: ventajas

- Dan una formulación precisa de una situación conceptual.
- De puede extender a medida que se obtiene nueva información.
- Puede ser referido de forma fácil y precisa por otros autores.
- Se pueden comparar por medio de funtores.
- Se pueden convertir en un esquema de bases de datos, y almacenados en una computadora.

Registros ontológicos: ventajas

C : a moon $\xrightarrow{\text{orbits}}$ a planet

a moon	orbits a planet, namely
The Moon	Earth
Phobos	Mars
Deimos	Mars
Ganymede	Jupiter
Titan	Saturn

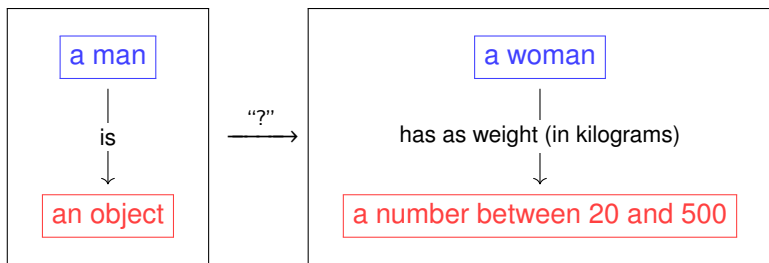
Ejemplificación: un funtor $C \rightarrow \text{Set}$.

Registros ontológicos: desventajas

- Dada una ejemplificación $C \rightarrow \text{Set}$, no hay manera de asegurar que los datos arrojados en Set correspondan con el significado de los conceptos descritos en C .
- Los autores que diseñan un registro ontológico no forman parte de su estructura.

Registros ontológicos: desventajas

- Puede darse el caso que los funtores entre registros no tengan un significado:



- 1 Estructuras lingüísticas:
Viendo al idioma inglés como una bicategoría.
- 2 Funtores lingüísticos:
Morfismos entre registros ontológicos.
- 3 Ejemplificaciones sobre estructuras lingüísticas:
Bases de datos.
- 4 Funtores ejemplificados:
Preservación de bases de datos.

- 1 Estructuras lingüísticas:**
Viendo al idioma inglés como una bicategoría.
- 2 Funtores lingüísticos:**
Morfismos entre registros ontológicos.
- 3 Ejemplificaciones sobre estructuras lingüísticas:**
Bases de datos.
- 4 Funtores ejemplificados:**
Preservación de bases de datos.

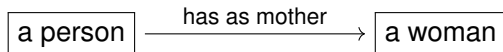
Definición

Una **frase nominal** está formada por un artículo indefinido “a/an” seguido por un sustantivo en Inglés, el cual refiere a un concepto para el cual un autor puede dar un conjunto de ejemplos.

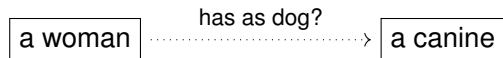
Definición

Dadas dos frases nominales \mathcal{N}_1 y \mathcal{N}_2 y una **frase verbal** \mathcal{V} , diremos que \mathcal{V} conecta **funcionalmente** \mathcal{N}_1 and \mathcal{N}_2 si la concatenación $\langle\langle \mathcal{N}_1 \mathcal{V} \mathcal{N}_2 \rangle\rangle$ refiere a una oración funcional.

Expresiones lingüísticas



define una oración funcional.

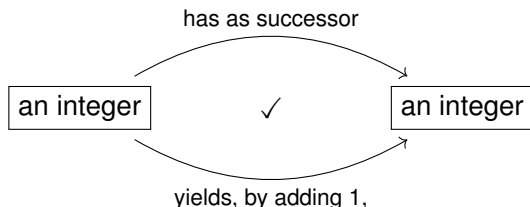


no es funcional.

Expresiones lingüísticas

Definición

Dos oraciones $\Sigma = (\mathcal{N}_1, \mathcal{V}, \mathcal{N}_2)$ y $\Sigma' = (\mathcal{N}_1, \mathcal{V}', \mathcal{N}_2)$ se dicen **equivalentes**, denotado $\Sigma \simeq \Sigma'$ (o también $\mathcal{V} \simeq \mathcal{V}'$), si refieren a la misma relación funcional.



Definición

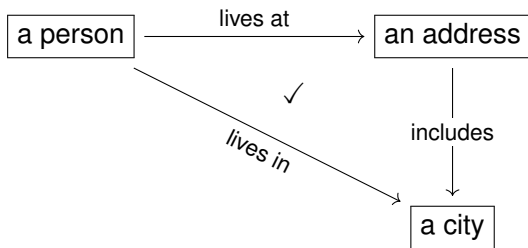
La **concatenación** de $\Sigma_1 = (\mathcal{N}_1, \mathcal{V}_1, \mathcal{N}_2)$ y $\Sigma_2 = (\mathcal{N}_2, \mathcal{V}_2, \mathcal{N}_3)$ se define como la oración

$$\Sigma_1; \Sigma_2 := (\mathcal{N}_1, \mathcal{V}_1; \mathcal{V}_2, \mathcal{N}_3)$$

donde

$$\langle\langle \mathcal{V}_1; \mathcal{V}_2 \rangle\rangle := \langle\langle \mathcal{V}_1 \mathcal{N}_2 \rangle\rangle \text{ “which” } \langle\langle \mathcal{V}_2 \rangle\rangle$$

Expresiones lingüísticas

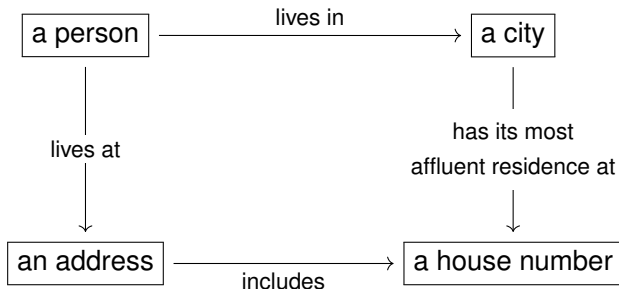


Este diagrama (mejor conocido como un **hecho**) se lee como sigue:

For any person x , we know that x lives at an address which includes a city y_1 , and we know that x lives in a city y_2 ; and the fact is, y_1 and y_2 are the same for any x .

Expresiones lingüísticas

El diagrama



no es un hecho.

Autores y el concepto de aprobación

Sea s un autor.

Definición

Sea \mathcal{N} una frase nominal. Diremos que s **aprueba** una frase nominal \mathcal{N} , denotado $s \models \mathcal{N}$, si el concepto al cual refiere $\langle\langle \mathcal{N} \rangle\rangle$ es reconocible por s , es decir, si s está de acuerdo que \mathcal{N} refiere a un conjunto para el cual se pueden registrar ejemplos.

Definición

Sea $\Sigma = (\mathcal{N}_1, \mathcal{V}, \mathcal{N}_2)$ una oración tal que $s \models \mathcal{N}_1$ y $s \models \mathcal{N}_2$. Diremos que s **aprueba** \mathcal{V} si s está de acuerdo que $\langle\langle \mathcal{N}_1 \mathcal{V} \mathcal{N}_2 \rangle\rangle$ refiere a una oración funcional, y entiende cómo los ejemplos de \mathcal{N}_1 corresponden a ejemplos de \mathcal{N}_2 a través de \mathcal{V} .

Autores y el concepto de aprobación

Sea s un autor.

Definición

Sean $\Sigma = (\mathcal{N}_1, \mathcal{V}, \mathcal{N}_2)$ y $\Sigma' = (\mathcal{N}_1, \mathcal{V}', \mathcal{N}_2)$ dos oraciones tales que $s \models \Sigma$ y $s \models \Sigma'$. Diremos que s **aprueba** que Σ y Σ' son equivalentes, denotado $s \models [\Sigma \simeq \Sigma']$, si s está de acuerdo que \mathcal{V} y \mathcal{V}' refieren a la misma relación funcional, y que \mathcal{V} y \mathcal{V}' actúan de la misma forma sobre los ejemplos de \mathcal{N}_1 .

Postulados de aprobación

Postulado

Sean Σ_1 y Σ_2 dos oraciones concatenables. Si $s \models \Sigma_1$ y $s \models \Sigma_2$, entonces $s \models \Sigma_1; \Sigma_2$.

Postulado

Asumiremos que existe una única frase verbal e , que se lee

« e » = “is of course”

tal que si \mathcal{N} es una frase nominal y s es un autor con $s \models \mathcal{N}$, entonces $s \models (\mathcal{N}, e, \mathcal{N})$.

A la frase e la llamaremos **frase verbal unidad**.

Postulados de aprobación

Postulado

Para toda oración $\Sigma = (\mathcal{N}_1, \mathcal{V}, \mathcal{N}_2)$ y para todo autor s , si $s \models \Sigma$ entonces

$$s \models [\Sigma; (\mathcal{N}_2, e, \mathcal{N}_2) \simeq \Sigma] \text{ y } s \models [(\mathcal{N}_1, e, \mathcal{N}_1); \Sigma \simeq \Sigma].$$

Definición (0-células)

Un **tipo**

$$N = (\mathcal{N}, T)$$

consiste en una frase nominal \mathcal{N} y en un conjunto de autores T tal que $T \models \mathcal{N}$.

Denotamos

$$\text{Auth}(N) := T.$$

Definición (1-células)

Dados dos tipos N_1 y N_2 , un **aspecto** de N_1 a N_2 , denotado $V: N_1 \rightarrow N_2$, consiste en un par

$$V = (\mathcal{V}, A)$$

donde \mathcal{V} es una frase verbal, y A es un conjunto de autores tal que $A \subseteq \text{Auth}(N_1) \cap \text{Auth}(N_2)$ y $A \models \mathcal{V}$.

Denotamos

$$\text{Auth}(V) := A.$$

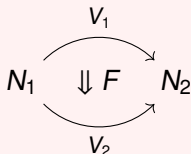
Estructura de bicategoría del idioma Inglés

Definición (2-células)

Dados dos tipos N_1 y N_2 , y dos aspectos $V_1, V_2: N_1 \rightarrow N_2$, un **hecho** de V_1 a V_2 , denotado

$$F: V_1 \Rightarrow V_2,$$

está dado por un conjunto de autores $F \subseteq \text{Auth}(V_1) \cap \text{Auth}(V_2)$ tal que $F \models [\mathcal{V}_1 \simeq \mathcal{V}_2]$.



Estructura de bicategoría del idioma Inglés

Construcción de **Eng**:

- Denotaremos por $\text{Ob}(\mathbf{Eng})$ la colección de todos los tipos.
- Para cada par de tipos $N_1, N_2 \in \text{Ob}(\mathbf{Eng})$, existe una categoría $\mathbf{Eng}(N_1, N_2)$, cuyos objetos están dados por aspectos

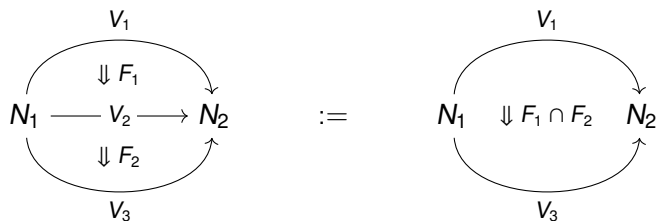
$$V: N_1 \rightarrow N_2,$$

y los morfismos entre aspectos $V_1, V_2: N_1 \rightarrow N_2$ están dados por hechos

$$F: V_1 \Rightarrow V_2.$$

Estructura de bicategoría del idioma Inglés

- Composiciones verticales:



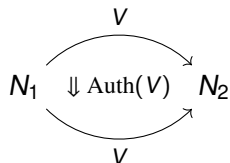
Postulado

Dadas tres frases verbales $\mathcal{V}_1, \mathcal{V}_2, \mathcal{V}_3: \mathcal{N}_1 \rightarrow \mathcal{N}_2$. Si s es un autor tal que $s \models [\mathcal{V}_1 \simeq \mathcal{V}_2]$ y $s \models [\mathcal{V}_2 \simeq \mathcal{V}_3]$, entonces $s \models [\mathcal{V}_1 \simeq \mathcal{V}_3]$.

Estructura de bicategoría del idioma Inglés

- Hecho identidad:

Para todo aspecto $V: N_1 \rightarrow N_2$, se tiene un hecho



Estructura de bicategoría del idioma Inglés

- Composiciones horizontales:

$$\mathbf{Eng}(N_1, N_2) \times \mathbf{Eng}(N_2, N_3) \longrightarrow \mathbf{Eng}(N_1, N_3)$$

$(V, V') \mapsto V; V'$ sobre aspectos,

$(F, F') \mapsto F \bullet F'$ sobre hechos.

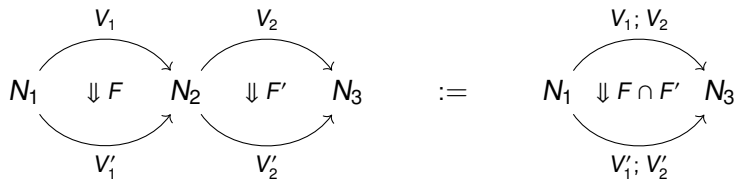
donde

$$V; V' := ((\mathcal{V}; \mathcal{V}'), \text{Auth}(V) \cap \text{Auth}(V')),$$

y para $F: V_1 \Rightarrow V_2$ y $F': V'_1 \Rightarrow V'_2$, $F \bullet F': V_1; V'_1 \Rightarrow V_2; V'_2$ es el hecho

$$F \cap F' \models [(\mathcal{V}_1; \mathcal{V}_2) \simeq (\mathcal{V}'_1; \mathcal{V}'_2)].$$

Estructura de bicategoría del idioma Inglés



Postulado

Sean $\mathcal{V}_1, \mathcal{V}'_1: \mathcal{N} \rightarrow \mathcal{N}'$ y $\mathcal{V}_2, \mathcal{V}'_2: \mathcal{N}' \rightarrow \mathcal{N}''$ frases verbales, y s un autor tal que $s \models [\mathcal{V}_1 \simeq \mathcal{V}'_1]$ y $s \models [\mathcal{V}_2 \simeq \mathcal{V}'_2]$.

Entonces

$$s \models [\mathcal{V}_1; \mathcal{V}_2 \simeq \mathcal{V}'_1; \mathcal{V}'_2].$$

Estructura de bicategoría del idioma Inglés

Proposición (-, D. I. Spivak)

La colección **Eng** de todos los tipos, aspectos y hechos, equipada con las operaciones anteriores, define una bicategoría.

Registros ontológicos (redefinidos)

Definición

Dada una categoría pequeña C . Una **estructura lingüística** sobre C es un funtor laxo

$$L : C \longrightarrow \mathbf{Eng}.$$

Un **registro ontológico** es un par (C, L) donde C es una categoría pequeña y L es una estructura lingüística sobre C .

Dada una estructura lingüística $L : C \longrightarrow \mathbf{Eng}$:

- Cada objeto $c \in \text{Ob}(C)$ es enviado a un tipo $L(c) = (\mathcal{L}(c), \text{Auth}(L(c)))$, es decir $\text{Auth}(L(c)) \models \mathcal{L}(c)$.

Registros ontológicos (redefinidos)

Dada una estructura lingüística $L : C \rightarrow \mathbf{Eng}$:

- Cada morfismo $f : c \rightarrow c'$ en C es enviado a un aspecto

$$L(f) = (\mathcal{L}(f), \text{Auth}(f)) : L(c) \rightarrow L(c')$$

donde $\mathcal{L}(f) : \mathcal{L}(c) \rightarrow \mathcal{L}(c')$ es una frase verbal con

$$\text{Auth}(L(f)) \models \mathcal{L}(f)$$

y

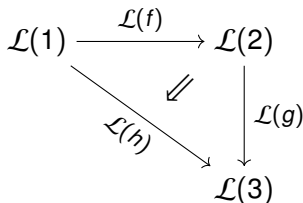
$$\text{Auth}(L(f)) \subseteq \text{Auth}(L(c)) \cap \text{Auth}(L(c')).$$

Registros ontológicos (redefinidos)

Dada una estructura lingüística $L : C \rightarrow \mathbf{Eng}$:

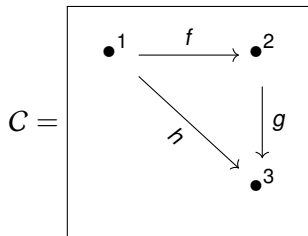
- Cada par de morfismos $1 \xrightarrow{f} 2 \xrightarrow{g} 3$ en C , con $h = f; g$, es enviado a una 2-célula (hecho) $F : L(f); L(g) \Rightarrow L(h)$, es decir

$$F \models [\mathcal{L}(f); \mathcal{L}(g) \simeq \mathcal{L}(h)].$$



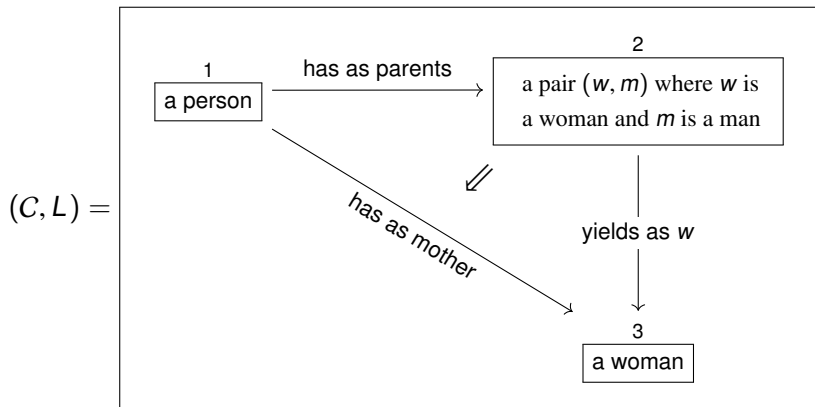
Registros ontológicos (redefinidos)

Sea C la categoría



Registros ontológicos (redefinidos)

con la estructura lingüística



- 1 Estructuras lingüísticas:
Viendo al idioma inglés como una bicategoría.
- 2 **Funtores lingüísticos:**
Morfismos entre registros ontológicos.
- 3 Ejemplificaciones sobre estructuras lingüísticas:
Bases de datos.
- 4 Funtores ejemplificados:
Preservación de bases de datos.

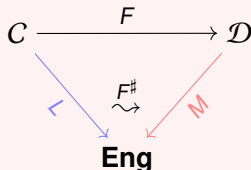
Funtores lingüísticos

Definición

Sean (C, L) y (D, M) dos registros ontológicos. Un **funtor lingüístico** entre ellos, denotado

$$(F, F^\#): (C, L) \longrightarrow (D, M),$$

consiste en un funtor $F: C \longrightarrow D$ junto con una transformación laxa $F^\#: L \rightsquigarrow M \circ F$.



Funtores lingüísticos

El morfismo $F^\#$ incluye:

- Para cada $c \in \text{Ob}(C)$, un aspecto

$$F_c^\#: L(c) \rightsquigarrow M(Fc),$$

llamado **c-componente** de $F^\#$, con un conjunto de autores $\text{Auth}(F_c^\#) \models F_c^\#$.

- Para cada morfismo $f: c \rightarrow c'$, se tiene un hecho

$$\begin{array}{ccc} L(c) & \xrightarrow{F_c^\#} & M(Fc) \\ \downarrow L(f) & F_f^\# \Downarrow & \downarrow M(Ff) \\ L(c') & \xrightarrow{F_{c'}^\#} & M(Fc') \end{array}$$

Definición

Si F^\sharp es la identidad, en cuyo caso tenemos

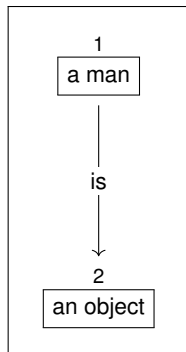
$$L = M \circ F,$$

diremos que L es el **pullback de M a lo largo de F** , y denotamos

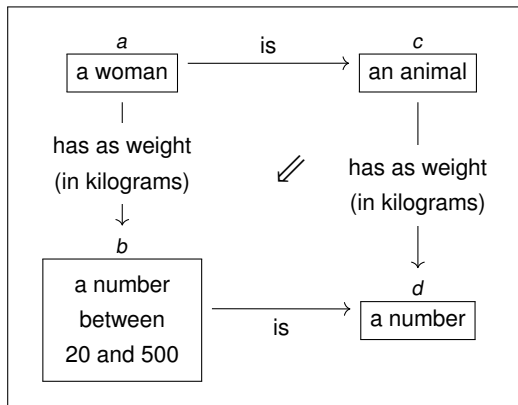
$$L = F^*(M).$$

Funtores lingüísticos

$(C, L) :=$



$(\mathcal{D}, M) :=$



Funtores lingüísticos

Sean $F, G: \mathcal{C} \rightarrow \mathcal{D}$ los siguientes funtores:

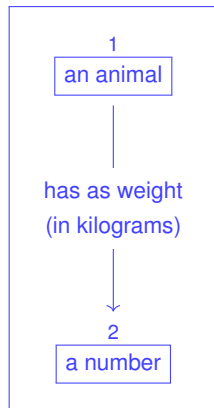
$$\begin{array}{ccc} \mathcal{C} & \xrightarrow{F} & \mathcal{D} \\ 1 & \longmapsto & c \\ \downarrow & & \downarrow \\ 2 & \longmapsto & d \end{array} \qquad \begin{array}{ccc} \mathcal{C} & \xrightarrow{G} & \mathcal{D} \\ 1 & \longmapsto & a \\ \downarrow & & \downarrow \\ 2 & \longmapsto & b \end{array}$$

Pregunta

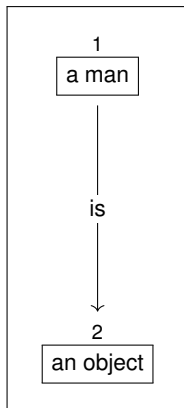
¿Se pueden extender F y G a funtores lingüísticos?

Funtores lingüísticos

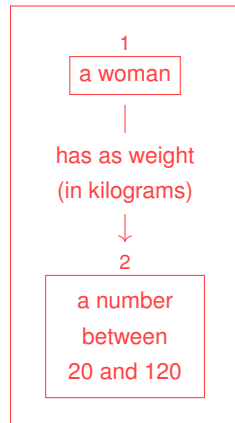
$(C, F^*(M)) :=$



$(C, L) :=$



$(C, G^*(M)) :=$

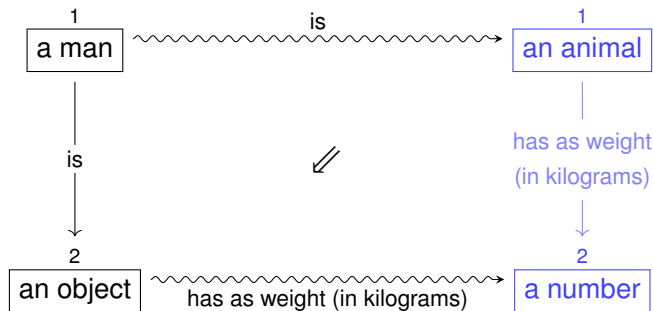


$F^\# ?$

$G^\# ?$

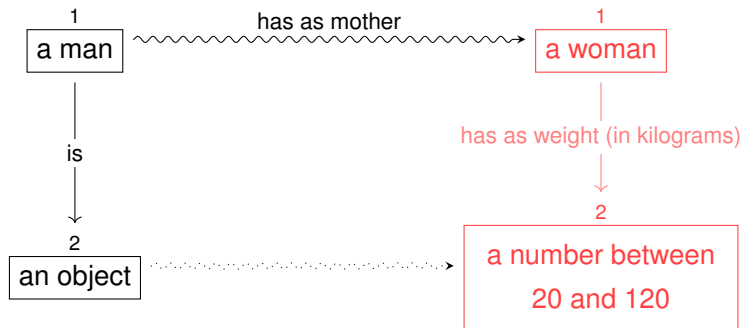
Funtores lingüísticos

Construcción de $F^\# : L \rightsquigarrow M \circ F$:



Funtores lingüísticos

¿Se puede construir $G^\# : L \rightsquigarrow M \circ G$?:



- 1 Estructuras lingüísticas:
Viendo al idioma inglés como una bicategoría.
- 2 Funtores lingüísticos:
Morfismos entre registros ontológicos.
- 3 Ejemplificaciones sobre estructuras lingüísticas:
Bases de datos.**
- 4 Funtores ejemplificados:
Preservación de bases de datos.

Definición

Sea \mathcal{N} una frase nominal. Diremos que x es un **token** de \mathcal{N} si x es un ejemplo para el cual la el concepto $\langle\langle \mathcal{N} \rangle\rangle$ aplica, es decir, si la siguiente oración es cierta:

$$\mathcal{N}(x) := x \text{ "is" } \langle\langle \mathcal{N} \rangle\rangle$$

Dado un autor s , si $s \models \mathcal{N}$ y $\mathcal{N}(x)$ es cierta según s , diremos que s **aprueba** a x como token de \mathcal{N} , denotado

$$s \models (x : \mathcal{N}).$$

El idioma Inglés con ejemplos

Definición

Sea $(\mathcal{N}_1, \mathcal{V}, \mathcal{N}_2)$ una oración, x e y tokens de \mathcal{N}_1 y \mathcal{N}_2 , respectivamente. Diremos que x **corresponde** a y a través de \mathcal{V} si la siguiente oración es cierta:

$\mathcal{V}(x, y) := x$ “is” $\langle\langle \mathcal{N}_1 \rangle\rangle$ “which” $\langle\langle \mathcal{V}\mathcal{N}_2 \rangle\rangle$, “namely” y

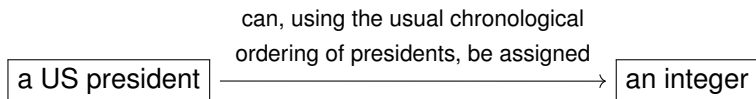
Si s es un autor tal que

$s \models (\mathcal{N}_1, \mathcal{V}, \mathcal{N}_2)$, $s \models (x : \mathcal{N}_1)$, $s \models (y : \mathcal{N}_2)$,

y $\mathcal{V}(x, y)$ es cierta según s , entonces diremos que s **aprueba** la correspondencia $\mathcal{V}(x, y)$ entre x e y , denotado

$s \models \mathcal{V}(x, y)$.

El idioma Inglés con ejemplos



$s \models (\text{Abraham Lincoln} : \text{a US president}),$

$s \models (16 : \text{an integer}).$

Entonces $s \models \mathcal{V}(\text{Abraham Lincoln}, 16)$ si la siguiente oración es cierta:

Abraham Lincoln is a US president which can, using the usual chronological ordering of presidents, be assigned an integer, namely 16.

Definición

Un **tipo ejemplificado** es un par $\bar{N} = (N, \mathbb{T})$, donde N es un tipo con frase nominal \mathcal{N} y \mathbb{T} es un conjunto tal que para todo $x \in \mathbb{T}$, tenemos

$$\text{Auth}(N) \models (x : \mathcal{N}).$$

Denotamos el conjunto \mathbb{T} por $\mathbb{T}(\bar{N}) := \mathbb{T}$.

Definición

Sean \bar{N}_1 y \bar{N}_2 dos tipos ejemplificados. Un **aspecto ejemplificado** de \bar{N}_1 a \bar{N}_2 , denotado

$$\bar{V}: \bar{N}_1 \rightarrow \bar{N}_2,$$

consiste en un par (V, f) , donde $V: N_1 \rightarrow N_2$ es un aspecto, y f es una función $f: \mathbb{T}(\bar{N}_1) \rightarrow \mathbb{T}(\bar{N}_2)$, tal que para todo token $x \in \mathbb{T}(\bar{N}_1)$, se tiene

$$\text{Auth}(V) \models \mathcal{V}(x, f(x)).$$

Denotaremos la función f por $\mathbb{T}(\bar{V}) := f$.

Definición

Dados dos aspectos ejemplificados $\bar{V}_1, \bar{V}_2: \bar{N}_1 \rightarrow \bar{N}_2$ tales que $\mathbb{T}(\bar{V}_1) = \mathbb{T}(\bar{V}_2)$. Un **hecho ejemplificado** de \bar{V}_1 a \bar{V}_2 , denotado

$$\bar{F}: \bar{V}_1 \Rightarrow \bar{V}_2,$$

consiste en un hecho $\bar{F} = F$, donde $F \models [\mathcal{V}_1 \simeq \mathcal{V}_2]$.

El idioma Inglés con ejemplos

Proposición (-, D. I. Spivak)

La colección **InstEng** de todos los tipos, aspectos y hechos ejemplificados define una bicategoría.

Proposición (-, D. I. Spivak)

(a) Las aplicaciones

$\bar{N} \mapsto N$, para todo tipo ejemplificado \bar{N} ,

$\bar{V} \mapsto V$, para todo aspecto ejemplificado \bar{V} ,

definen un **functor estricto** entre bicategorías

$$U: \text{InstEng} \longrightarrow \text{Eng}.$$

Proposición (-, D. I. Spivak)

La colección **InstEng** de todos los tipos, aspectos y hechos ejemplificados define una bicategoría.

Proposición (-, D. I. Spivak)

(b) Las aplicaciones

$\bar{N} \mapsto \mathbb{T}(\bar{N})$, para todo tipo ejemplificado \bar{N} ,

$\bar{V} \mapsto \mathbb{T}(\bar{V})$, para todo aspecto ejemplificado \bar{V} ,

definen un **functor estricto** entre bicategorías

$$\mathbb{T}: \mathbf{InstEng} \longrightarrow \mathbf{Set}.$$

El idioma Inglés con ejemplos

Proposición (-, D. I. Spivak)

La colección **InstEng** de todos los tipos, aspectos y hechos ejemplificados define una bicategoría.

Proposición (-, D. I. Spivak)

(c) Juntos, estos funtores definen una inclusión

$$(U, \mathbb{T}): \mathbf{InstEng} \hookrightarrow \mathbf{Eng} \times \mathbf{Set}.$$

Estructuras lingüísticas ejemplificadas

Definición

Sea C una categoría pequeña. Una **estructura lingüística ejemplificada** sobre C es un funtor laxo

$$\bar{L}: C \longrightarrow \mathbf{InstEng}.$$

Un **registro ontológico ejemplificado** es un par (C, \bar{L}) donde C es una categoría pequeña y $\bar{L}: C \longrightarrow \mathbf{InstEng}$ es una estructura lingüística ejemplificada sobre C .

Estructuras lingüísticas ejemplificadas

Definición

Dada una estructura lingüística $L : C \rightarrow \mathbf{Eng}$ y un funtor $I : C \rightarrow \mathbf{Set}$, diremos que I **se ajusta** a L si el par $(L, I) : C \rightarrow \mathbf{Eng} \times \mathbf{Set}$ se factoriza a través de $\mathbf{InstEng}$.

$$\begin{array}{ccc} C & \xrightarrow{(L, I)} & \mathbf{Eng} \times \mathbf{Set} \\ & \searrow \bar{I} & \nearrow (U, T) \\ & \mathbf{InstEng} & \end{array}$$

Al funtor \bar{I} se le denomina **ejemplificación** de L .

Estructuras lingüísticas ejemplificadas

Observación

Toda estructura lingüística ejemplificada $\bar{L}: C \rightarrow \mathbf{InstEng}$ está dada por un par (L, I) , donde $L: C \rightarrow \mathbf{Eng}$ es una estructura lingüística y $I: C \rightarrow \mathbf{Set}$ es un funtor que se ajusta a L .

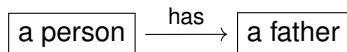
A saber:

$$L = C \xrightarrow{\bar{L}} \mathbf{InstEng} \xrightarrow{U} \mathbf{Eng},$$

$$I = C \xrightarrow{\bar{L}} \mathbf{InstEng} \xrightarrow{T} \mathbf{Set}.$$

Estructuras lingüísticas ejemplificadas

Dado el registro ontológico (C, L) :



Consideremos un funtor $I: C \rightarrow \mathbf{Set}$ con los siguientes datos registrados:

a person	has a father, namely
George W. Bush	George H. W. Bush
Jeb Bush	George H. W. Bush
Emmy Noether	Max Noether

a father
George H. W. Bush
Max Noether
Bill Clinton

Estructuras lingüísticas ejemplificadas

Para que (L, I) sea válido como estructura lingüística ejemplificada, los autores deben aprobar los tokens anteriores y las siguientes oraciones:

- “George W. Bush is a person, which has a father, namely George H. W. Bush”.
- “Jeb Bush is a person, which has a father, namely George H. W. Bush”.
- “Emmy Noether is a person, which has a father, namely Max Noether”.

- 1 Estructuras lingüísticas:
Viendo al idioma inglés como una bicategoría.
- 2 Funtores lingüísticos:
Morfismos entre registros ontológicos.
- 3 Ejemplificaciones sobre estructuras lingüísticas:
Bases de datos.
- 4 **Funtores ejemplificados:**
Preservación de bases de datos.

Funtores lingüísticos ejemplificados

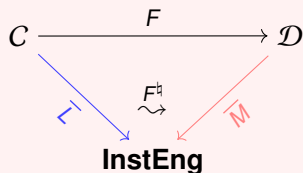
Definición

Dados dos registros ontológicos ejemplificados (\mathcal{C}, \bar{L}) y (\mathcal{D}, \bar{M}) .

Un **functor lingüístico ejemplificado** entre ellos, denotado

$$(F, F^\natural): (\mathcal{C}, \bar{L}) \longrightarrow (\mathcal{D}, \bar{M})$$

consiste en un functor $F: \mathcal{C} \longrightarrow \mathcal{D}$ y en una transformación laxa $F^\natural: \bar{L} \rightsquigarrow \bar{M} \circ F$.



Funtores lingüísticos ejemplificados

Observación

Sean (C, \bar{L}) y (\mathcal{D}, \bar{M}) dos registros ontológicos ejemplificados, donde

$$\bar{L} = (L, I): C \longrightarrow \mathbf{Eng} \times \mathbf{Set},$$

$$\bar{M} = (M, J): \mathcal{D} \longrightarrow \mathbf{Eng} \times \mathbf{Set}.$$

Un functor lingüístico ejemplificado $(C, \bar{L}) \longrightarrow (\mathcal{D}, \bar{M})$ está dado por:

- Un functor $F: C \longrightarrow \mathcal{D}$.
- Una transformación laxa $F^\sharp: L \rightsquigarrow M \circ F$.
- Una transformación natural $F^\flat: I \Rightarrow J \circ F$ que **se ajusta** a F^\sharp .

Funtores lingüísticos ejemplificados

Observación

Esto último quiere decir que la transformación laxa

$$(F^\sharp, F^b): \mathcal{C} \longrightarrow \mathbf{Eng} \times \mathbf{Set}$$

se factoriza a través de la inclusión $\mathbf{InstEng} \hookrightarrow \mathbf{Eng} \times \mathbf{Set}$.

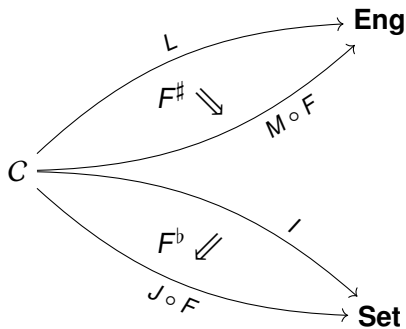
Explícitamente: Para cada $c \in \text{Ob}(\mathcal{C})$ se tienen un aspecto y una función

$$F_c^\sharp: L(c) \rightsquigarrow M(Fc) \text{ y } F_c^b: I(c) \rightarrow J(Fc)$$

tales que

$$s \models F_c^\sharp(x, F_c^b(x)) \quad \forall x \in I(c) \text{ y } \forall s \in \text{Auth}(F_c^\sharp(x)).$$

Funtores lingüísticos ejemplificados



Funtores lingüísticos ejemplificados

Sean $I: \mathcal{C} \rightarrow \mathbf{Set}$ y $J: \mathcal{D} \rightarrow \mathbf{Set}$ dos ejemplificaciones (también llamadas **esquemas de bases de datos**).

Supongamos que estas dos bases de datos se quieren unir por medio de un funtor $F: \mathcal{C} \rightarrow \mathcal{D}$, es decir, se quiere hallar

$$F^b: I \Rightarrow J \circ F.$$

Observación

Esta tarea es más fácil si se cuenta con una transformación laxa $F^\#$ para la cual se ajuste F^b .

Funtores lingüísticos ejemplificados

Supongamos

$$(C, L) = \boxed{\begin{array}{c} 1 \\ \boxed{\text{a human}} \end{array}} \xrightarrow{F} (\mathcal{D}, M) = \boxed{\begin{array}{c} a \\ \boxed{\text{a person}} \end{array}}$$

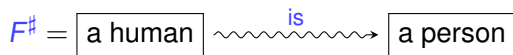
$$I(1) := \begin{array}{|c|} \hline \mathbf{a\ human} \\ \hline \text{Emmy Noether} \\ \hline \text{George W. Bush} \\ \hline \end{array}$$

$$J(a) := \begin{array}{|c|} \hline \mathbf{a\ person} \\ \hline \text{Emmy Noether} \\ \hline \text{Max Noether} \\ \hline \text{Bill Clinton} \\ \hline \text{George H. W. Bush} \\ \hline \text{George W. Bush} \\ \hline \end{array}$$

Funtores lingüísticos ejemplificados

Existen $5^2 = 25$ formas de definir $I \Rightarrow J \circ F$.

Supongamos que tenemos las siguientes opciones para $F^\#$:



Así se tiene:

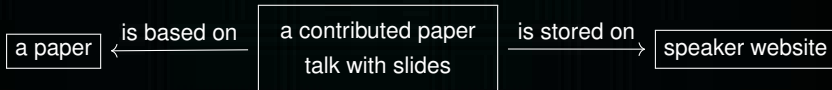
$(F^\#, F^\flat): =$

a human	is a person, namely
Emmy Noether	Emmy Noether
George W. Bush	George W. Bush

$(F^*, F^!): =$

a human	has as father a person, namely
Emmy Noether	Max Noether
George W. Bush	George H. W. Bush

¡Muchas gracias por su atención!



a contributed paper talk with slides	is stored on speaker website, namely
ENJIM2015marco.pdf	maperez.info

a contributed paper talk with slides	is based on a paper, namely
ENJIM2015marco.pdf	arxiv.org/pdf/1503.08326v2.pdf